**3.** שלושה שחקנים משחקים "אבן נייר ומספריים". בכל סיבוב, כל שחקן בוחר "אבן", "נייר" או "מספריים". "אבן" מנצחת "מספריים", "מספריים" מנצחים "נייר" ו"נייר" מנצח "אבן". אם בסיבוב מסוים שני שחקנים בחרו באותו סימן והשלישי בחר בסימן אחר, השחקנים (או השחקן) שבחרו את הסימן המנצח מקבלים נקודה. אחרת, אף שחקן לא מקבל נקודות. ידוע כי לאחר מספר מסוים של סיבובים כל סימן נבחר כמות שווה של פעמים. הוכח כי בשלב זה סכום הנקודות של השחקנים מתחלק ב-3.

**פתרון:** בכל סיבוב, מתקבלת אחת מהאפשרויות הבאות:

1. כל השחקנים בחרו צורות שונות.
2. כל השחקנים בחרו אותה צורה.
3. שני שחקנים בחרו אותה צורה, ושחקן אחר צורה שמפסידה לצורה שלהם.
4. שני שחקנים בחרו אותה צורה, ושחקן אחר צורה שמנצחת את הצורה שלהם.

באפשרויות א' ו-ב' הניקוד לא משתנה, באפשרות ג' הניקוד הכולל גודל ב-2, באפשרות ד' הניקוד הכולל גודל ב-1.

אם במקום אבן, נייר ומספריים כל אחד אומר מספר 1, 0, 1- שהמספר המנצח נקבע עפ"י סדר מוזר , אז סכום המספרים שנבחרו באפשרויות א', ב' מתחלק ב-3, באפשרות ג' הוא 2 או , ובאפשרות ד' זה  או 1. בכל מקרה, בכל סיבוב סכום הנקודות פחות סכום המספרים שנבחרו מתחלק ב‑3. לכן גם בסוף המשחק, סכום הנקודות שנצבר פחות סכום המספרים שבנבחרו במהלך המשחק מתחלק ב-3. אבל כל המספרים 1, 0, 1- נבחרו מספר זהה של פעמים, ולכן סכומם 0. לכן בעצם סכום הנקודות מתחלק ב-3.

**הערה.** ניתן לצמצם בדיקת מקרים באמצעות חישובים מודולו 3.