**4.** עבור אילו ערכי  ניתן לרשום במשבצות הטבלה  מספרים ממשיים כך, שבסכומים המתקבלים מכל זוג משבצות בעלות צלע משותפת יופיעו כל המספרים השלמים מ-1 עד  כולל (כשכל מספר יתקבל מזוג משבצות אחד בדיוק)?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | 2 | 4 | 8 |
| 1 | 3 | 7 | 10 |
| 2 | 6 | 9 | 12 |
| 5 | 8 | 11 | 12 |

תשובה: לכל .

**פתרון**. בציור יש דוגמה עבור . הרעיון לחלק את הטבלה לאלכסונים באותו כיוון, כאשר האלכסון הראשון הוא פינה ימנית עליונה, הוא בכל אלכסון לכתוב סדרה של מספרים שלמים עוקבים מימין לשמאל.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 4 | 8 |
|  | 3 | 7 |  |
| 2 | 6 |  |  |
| 5 |  |  |  |

אז כאשר מסתכלים על שני אלכסונים צמודים, הזוגות של משבצות צמודים שמוכלים בשני אלכסונים האלה יצרו סדרה של מספרים טבעיים עוקבים. נגיד שמעל אלכסון מסוים מספר הכי גדול שמתקבל כסכום של שני משבצות סמוכות הוא , אז כאשר בוחרים את המספרים על האלכסון הזה בוחרים את המספר ההתחלתי כך שהמספר הכי קטן שיוצר כסכום של ממשבצת באלכסון זה ומשבצת באלכסון שמעליו יהיה .

כך כל פעם שמוסיפים עוד אלכסון, המספרים שמתקבלים כסכומים של זוגות שניתן לחשב כבר יהיו סדרה של מספרים טבעיים עוקבים, וגם בסוף.