**3.** האם יתכן שניתן לקבל שני ריבועים שונים כחתכים מישוריים של פירמידה משולשת כלשהי, כאשר אורך הצלע של הריבוע הראשון קטן או שווה ל-1, ואורך הצלע של הריבוע השני גדול או שווה ל-100?

**תשובה**:

**פתרון**. ניקח ארבעון שקודקודיו



נסתכל על המישורים שמקבילים לקטעים AD ו-BC, כך ש-AD בצד אחד, ו-BC בצד האחר של המישור. נגיד שמישור כזה חותך את המקצועות AB, BD, CD, AD בנקודות K, N, I, M בהתאמה. קל לראות כי NK מקביל ל-AD, הרי המישור של החתך מקביל ל-AD. באופן דומה גם IN ו-MK מקבילים ל-BC. אבל הקטע BC אופקי והקטע AD אנכי, לכן הם מאונכים זה לזה, לכן MINK הוא מלבן. כאשר המישור של החתן מתקרב ל-BC, הצלעות האופקיות של המלבן MINK ארוכות יותר, וכאשר הוא מתקרב ל-AD, אז הצלעות האנכיות ארוכות יותר, לכן איפשהו יש מצב שהצלעות האופקיות שוות לצלעות האנכיות ואז MINK הוא ריבוע. הנקודה הכי גבוהה של הפירמידה מעל הפאה האופקית היא A שהיא בגובה 1, לכן נקודה K יותר נמוכה אבל הגובה של K מעל הפאה האופקית זה בדיוק אורך הצלע של הריבוע.

כעת נעביר מישורים שמקבילים ל-AC ו-BD. נגיד שכזה מישור חותך את מקצועות הפירמידה AB, BC, CD, DA בנקודות R, T, U, L בהתאמה. בדומה למקרה הקודם, LU||AC||TR, וגם LR||BD||UT, אבל הווקטורים AC ו-BD מאונכים, לכן LUTR גם מלבן. בדומה למקרה הקודם, אם המלבן הזה מספיק קרוב ל-BD אז הצלעות שלו שמקבילות ל-BD יותר ארוכות, ואם הוא מספיק קרוב ל-AC, אז הצלעות שלו שמקבילות ל-AC יותר ארוכות, ומתישהו באמצע יש מצב שהמלבן LUTR הוא ריבוע.

אם R יותר קרוב ל-A מאשר ל-B, אז במשולש BAC זה הקטע TR מקביל ל-AC וגדול יותר מאשר קטע האמצעים במשולש, כלומר מאשר .

ואם לא, אז במשולש BAD הקטע LR הוא לפחות .

אבל גם AC וגם BD זה לפחות 1000, לכן למלבן שמתקבל יש צלע של לפחות 500. לכן גם כשהמלבן הוא ריבוע, צלע הריבוע הוא מעל 100.

ובכן, יש חתך שהוא ריבוע עם צלע גדול מ-1, ויש חתך שהוא ריבוע עם צלע שגדול מ‑100. מש"ל.