**2.** אלון בחר שלושה מספרים שלמים חיוביים  ולאחר מכן החליט למצוא שלושה מספרים שלמים חיוביים  כך ש: , , . התברר שמספרים  כאלה קיימים ומוגדרים ביחידות. אלון סיפר על זה לבועז והעביר לו את המספרים  ו-. הוכיחו שבועז יכול להבין לבד מהו .

**פתרון**. ניקח מספר ראשוני . נניח שהחזקות הכי גבוהות של  שבה מתחלקים המספרים  הן  בהתאמה. אז החזקות הכי גבוהות של  שבהם מתחלקים  הם  בהתאמה.

נגיד מישהו יודע את  והוא רוצה לשחזר את . מספיק להבין על כל ראשוני באיזו חזקה הוא נכנס לפירוק, וזה גם דבר שחייבים להבין אותו. לכן השאלה של שחזור לפי  שקולה לפתרון של מספר שאלות מהסוג הבא: האם ניתן לשחזר את  בהינתן  (כאשר  מספרים שלמים אי-שליליים).

אם  הוא מספר הכי קטן מבין , לא נרגיש בשום הבדל ב- אם נהפוך אותו למספר יותר קטן או למספר יותר גדול כל עוד שהוא קטן או שווה ל- ול-. המצב היחיד שבו נוכל לשחזר את המספר הקטן ביותר, זה כאשר המספר הכי קטן מבין  הוא 0. במקרה זה שניים מבין המספרים  הם 0, והשלישי יכול להיות גם חיובי, אז נדע לשחזר ששניים מהם 0, והשלישי שווה לשני המספרים הגדולים מבין .

כלומר המקרה שהוא ניתן לשחזור, זה כאשר מבין המספרים  שניים שווים, והשלישי 0. אבל לפי נתון זה אפשר לשחזר את  לפי  ו-: אם  אז  ואם לא אז  שווה לגדול מביניהם (אפשר גם להגיד ).

לכן לכל ראשוני , אם החזקות הכי גבוהות של  שבה מתחלקים המספרים  הן  בהתאמה, אבל בועז יודע רק את  ו-, הוא יכול לשחזר את . הוא יכול לעשות את זה לכל ראשוני (אין צורך להתייחס לראשוניים שלא נכנסים לפירוק של  ושל ) וכך לשחזר את .