**.4** במצולע משוכלל בעל 100 צלעות, נצבעו כל הצלעות והאלכסונים: קטע נצבע באדום אם כמות זוגית של קודקודים מפרידה בין שני קצוות הקטע, ובכחול אם כמות אי-זוגית מפרידה ביניהם (למשל, כל אחת מצלעות המצולע נצבעה באדום). בכל קודקוד של המצולע רשמו מספר, כך שסכום כל ריבועי המספרים הוא 1. על כל קטע צבוע רשמו את מכפלת המספרים שבקצוות שלו. סכום המספרים על הקטעים הכחולים הוא , וסכום המספרים על הקטעים האדומים הוא . מה הערך המקסימלי האפשרי עבור ?

תשובה. 

**פתרון.** נסמן את המספר על הקודקוד ה- ב- , נשים לב שהביטוי שלנו הוא חיבור והפרשים של המספרים  כאשר הסימן חיובי אם הזוגיות של  ו- שווה, ושלילי אם היא שונה. אז



הרי בפתיחת סוגריים כל מכפלה תופיע עם מקדם  או , בהתאם לצבע הקטע שמחבר את שני הקודקודים המתאימים. לכן , ולכן .

השוויון בכל אי-השוויונים שרשמנו מתקיים כאשר , וזה יכול לקרות, למשל עם  לכל .