**5.** הטילו פירמידה משולשת במאונך על מישור המכיל את אחת מפאותיו, והתקבל טרפז עם שטח 1 שאינו מקבילית.

**א.** האם יתכן שנטיל במאונך את הפירמידה על מישור המכיל את אחת מהפאות האחרות, ויתקבל ריבוע עם שטח 1?

**ב.** אותה שאלה על ריבוע עם שטח .

תשובה. א. לא. ב. כן.

**פתרון.** נגיד שריבוע ABCD הוא היטל אנכי של הארבעון על אחד הפאות שלו. שלוש מקודקודי הריבוע הן גם קודקודים של הארבעון, ונקודה רביעית היא היטל של קודקוד נוסף של ארבעון על הפאה. עקב סימטריה של ריבוע ניתן להניח כי A, B, C הם קודקודי הארבעון. הקודקוד הנוסף D' נמצא על האנך דרך D למישור.

כל התמונה סימטרית ביחס למישור שהוא האנך האמצעי של AC (גם B וגם D וגם D' נמצאים עליו). לכן כאשר מדברים על הטלה לפאה נוספת שהיא טרפז, ניתן להניח שזו פאה BCD' או ACD' (הפאה ABD' סימטרית לחלוטין לפאה BCD' ואפשר לא לדבר עליה).

בהתחלה נטיל לפאה ACD', נקבל דלתון (הרי גם ארבעון וגם הפאה סימטריים ביחס לאנך האמצעי של AC), שאחד האלכסונים שלו הוא AC, שהוא גם האלכסון של ריבוע. אם דלתון הוא טרפז, אז הוא מקבילית, וזה לא הדבר ששואלים עליו בשאלה.

כעת נטיל לפאה BCD'. הקטעים CD' ו-AB מאונכים BC, לכן לאחר הטלה נקבל ששתי צלעות שמאונכות ל-BC ולכן זה בוודאות טרפז. הקטע CD' ארוך יותר מ-CD (כי CD הוא הטלה שלו), וכמה ש-D' מתרחק מהמישור ABCD, ככה CD' נהיה ארוך יותר, כלומר האורך של CD' יכול להיות כל מספר שגדול מהאורך של CD.

בעצם אם  הוא קוסינוס הזווית בין המישורים ABCD ו-BCD' (שהוא חיובי י הזווית חדה), וצלע הריבוע הוא , אז האורך של CD' הוא  והאורך של היטל של AB הוא .

השטח של ריבוע ABCD הוא , השטח של היטל של הארבעון לפרה BCD' שהוא טרפז עם גובה  ובסיסים  ו-, אז שטח הטרפז הוא .

לכן יחס בין שטח הטרפז לשטח הריבוע הוא , כאשר . קל לראות כי זה גדול מ-1, וכאשר  מתקרב ל-0 זה נהיה גדול ממש, ולכן היחס יכול לקבל כל ערך שגדול מ-1, בפרט זה יכול להיות 2019 ולא יכול להיות 1. אם נבחר  עבורו היחס 1, ונבחר , נקבל דוגמה לסעיף ב'.