**1.** באי יש דוברי אמת, דוברי שקר, וחנפנים. סידרו 2018 מילידי האי בשורה ושאלו אותם לפי הסדר "האם יש יותר דוברי אמת מדוברי שקר בשורה?". הילידים ענו לפי הסדר ב"כן" ו"לא", כך שכולם שמעו את התשובה. דוברי אמת ענו את התשובה הנכונה, דוברי שקר שיקרו, וחנפנים נתנו את התשובה שרוב האנשים ענו לפניהם; אם הכמות שווה הם ענו "כן" או "לא" באופן שרירותי. סך הכול, בדיוק 1009 אנשים ענו "כן". מהו מספר החנפנים המרבי האפשרי?

תשובה. 1009.

**פתרון.** נניח שיש 1009 חנפנים ו-1009 דוברי אמת בקבוצה, והתשובה הנכונה לשאלה היא "כן". מתחילים מחנפן, והוא נותן תשובה אקראית שהיא "לא", ואז ממשיכים אם החנפנים וכל אחד נותן אותה תשובה. בסוף מגיעים דוברי אמת ונותנים תשובה "כן". במקרה הזה אכן כל תשובה התקבלה 1009 פעמים.

נוכיח שלא יכולים להיות יותר חנפנים. נניח שברגע מסוים יש K תשובות "כן", ו-L תשובות "לא", ונסתכל על המספר . אז כל חנפן מגדיל את X ב-1, ודובר אמת או דובר שקר יכול להגדיל או להקטין את המספר, אבל ב-1. בהתחלה הערך של X היה 0, וגם בסוף הוא 0, לכן X הוגדל והוקטן אותו מספר של פעמים. לכן בדיוק חצי מאלה שהשתתפו במשאל הקטינו את X, לכן לפחות חצי מבין 2018 האנשים אינם חנפנים.