|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 |  | 2 |
| 5 |  | 4 |
| 9 |  | 6 |
| 13 |  | 8 |
| 17 |  | 10 |
| 21 |  | 12 |
| . |  | . |
| . |  | . |
| . |  | . |
| 189 |  | 96 |
| 193 |  | 98 |
| 197 |  | 100 |

**5.** ברחוב מסוים עומדים בתים זה מול זה, 50 זוגות בסה"כ. בצידו הימני של הרחוב ממוקמים בתים עם מספרים זוגיים חיוביים ובצידו השמאלי של הרחוב ממוקמים בתים עם מספרים אי-זוגיים חיוביים. מספרי הבתים בכל צד של הרחוב הולכים וגדלים כאשר מתקדמים מתחילת הרחוב לסופו, אך אינם בהכרח עוקבים (ייתכנו דילוגים על מספרים מסוימים). לכל בית בצד ימין של הרחוב, חיסרו ממנו את מספר הבית שמולו, והתברר שכל 50 התוצאות שהתקבלו שונות זו מזו. מספר הבית הכי גדול ברחוב הוא $n$. מצאו את הערך הקטן ביותר האפשרי של $n$.

**פתרון.** נניח שמספרי הבתים הם כמו בתרשים. מתחילים בצד אחד מבית 1, ומצד שני מבית 2, וכל פעם מגדילים בצד האי-זוגי ב-4 ובצד הזוגי ב-2. מקבלים שמספר בית הכי גדול הוא 197, והפרשים בכל זוג שונים.

נניח שקיימת דוגמה עבור  קטן יותר. אז מספר של כל בית הוא 196 או פחות. הפרשים בין מספר אי-זוגי למספר זוגי שמולו הם , כולם שונים ואי-זוגיים. הכי קטן מבין המספרים האלה הוא , והכי גדול הוא , ומתקיים: .

אם  אז מספר הבית האי-זוגי במקום  הוא לפחות  פלוס מספר הבית הזוגי במקום  שזה לפחות מספר הבית הזוגי במקום  ועוד  שזה לפחות מספר הבית האי-זוגי במקום  פחות . לכן הפרש בין מספר הבית האי-זוגיים במקומות  ו- הוא לפחות . לכן הפרש בין בית אי-זוגי אחרון לראשון הוא לפחות . מכיוון שבית האי-זוגי הכי קטן הוא 1, הבית אי-זוגי אחרון הוא לפחות 197.

אם  אז מקבלים אי-שוויון דומה על מספרי הבתים הזוגיים, ובמקרה זה מכיוון שמספר הבית זוגי ראשון הוא לפחות 2, מספר הבית הזוגי האחרון הוא לפחות 198.