**3.** האם קיימים 2018 שברים חיוביים מצומצמים עם מכנים שלמים חיוביים שונים כך שהמכנה של ההפרש של כל שניים מהם (לאחר צמצום) קטן מכל אחד מהמכנים של 2018 השברים המקוריים?

**פתרון.** כן.

ניקח 2018 שברים חיוביים מצומצמים עם מכנים שלמים חיוביים שונים . ניקח ראשוני  שגדול מכל המכפלות של זוגות מכנים. נתבונן בשברים . נשים לב שהשבר הזה מצומצם, כי אם יש מחלק משותף  ל-, אז הוא זר ל- כי אחרת  היה מחלק את  אבל הוא גדול ממנו. לכן בהכרח  מחלק את אבל אז הוא חייב לחלק את  ולכן את  (כי הוא זר ל-) בסתירה לכך שהשבר המקורי מצומצם.

ברור שכל המכנים של השברים הללו שונים. נתבונן בהפרש של שניים מהם - , לכן לאחר צמצום המכנה הוא לכל היותר , שזה קטן מהמכנה של כל אחד מה-, לפי הגדרת . כלומר בנינו דוגמא כפי שביקשו בשאלה. מש"ל.

 