**4.** משולש שווה-צלעות שמוכל במישור $α$ מוטל (אנכית) על מישור $β$ שאינו מקביל ל-$α$, והמשולש שמתקבל מוטל (אנכית) על מישור $γ$, ומתקבל שוב משולש שווה-צלעות. הוכיחו כי

א. הזווית בין המישורים $α$ ו-$β$ שווה לזווית בין המישורים $β$ ו-$γ$.

ב. המישור $β$ חותך את המישורים $α$ ו-$γ$ לאורך ישרים מאונכים זה לזה.

**פתרון.** כאשר מטילים מישור  למישור , ונגיד ש- הוא ישר שבו המישורים נחתכים, אז כל קטע ישר שמקביל ל- יישאר באותו אורך, וכל קטע ישר שמאונך ל- יקוצר: אורכו יוכפל ב‑, כאשר  היא הזווית בין המישורים. לכן אפשר לחשוב על העתקה בתור העתקה ממישור הקרטזי לעצמו, כאשר קואורדינאטה אחת מוכפלת ב- ב- בקואורדינאטות מסוימות.

את ההטלה השנייה אפשר לתאר בצורה דומה, אבל במערכת צירים אחרת והמקדם הוא , כאשר  היא הזוית בין  ל-.

נשים לב שבהינתן קודקודים של משולש ABC, כל נקודה אחרת X במישור אפשר לבטא בצורה , כאשר . בהעתקות מסוג שתיארנו, אם A,B,C מועתקים לנקודות  בהתאמה, אז  יועתק ל-.

לכן אם בהעתקה מסוג זה (או בהרכבה של העתקות כאלו) משולש משוכלל הפך למשולש משוכלל, אז כל צורה הפכה לצורה דומה.

נתבונן בריבוע יחידה במישור  שצלע אחת שלו נמצאת על הישר . לאחר הטלה ראשונה נקבל מלבן שצלעותיו 1 ו-. העתקה שנייה חייבת להחזיר אותו להיות ריבוע.

בהעתקה שנייה, במערכת צירים מסוימת אנחנו מכפילים קואורדינאטה מסוימת ב-. אם המלבן ממוקם באופן אלכסוני, כלומר צלעותיו לא מקבילות לאף ציר, ונגיד מכווצים לכיוון הציר האופקי, אז הזווית בקודקוד הכי שמאלית של המלבן תקטן והמלבן יפסיק להיות מלבן.

לכן ישר החיתוך של  ו- מקביל לצלע של המלבן, כמובן לצלע הקצר יותר, כלומר מאונך ל-. לאחר שתי הטלות נקבל מלבן שצלעותיו  ואם זה ריבוע אז .