**5.** נתונות משקולות שכל אחת מהן שוקלת מספר לא שלם של גרמים. ניתן לאזן כל משקל שלם בגרמים מ-1 עד 40 על ידי המשקולות הנתונות (כאשר מניחים את המשקל הנמדד על כף אחת של המאזניים, ואת המשקולות על הכף השנייה). מהי הכמות הקטנה ביותר האפשרית של המשקולות הנתונות?

תשובה. 7.

**פתרון.** קודם נוכיח, שלא ניתן להסתפק ב-6. מתוך 6 משקולות אפשר להרכיב  קבוצות שונות. נגיד שיש משקולת אחת בדיוק בצבע ירוק. נגיד ששתי קבוצות הן קרובות אם ההבדל היחיד בין קבוצות הן קרובות זה שבאחת מהן המשקולת הירוקה כלולה, ובשנייה לא.

במקרה זה, מתוך כל זוג של קבוצות קרובות רק אחת יכולה לתת משקל כולל שלם, כי ההבדל בין המשקלים הוא כמו משקולת ירוקה שזה לא שלם. לכן חילקנו את 64 תתי-הקבוצות לזוגות, שבכל זוג רק קבוצה אחת יכולה לתת משקל שלם. לכן יכולים להיות רק 32 משקלים שלמים שונים, ולכן לא יהיו את כל המספרים השלמים מ-1 עד 40.

נציג דוגמה ל-7 משקולות. המשקלים שיכולים להיות הם , כלומר חזקות 2 חלקי 3. מכיוון שלכל מספר השלם מ-1 עד 127 יש ייצוג בינארי, ניתן להציק כל מספר כזה כסכום של חלק מהמספרים , לכן כל מספר שלם של גרמים מ-1 עד 42 אפשר לקבל מהמשקולות הנתונות.

**הערה.** יש גם קבוצה אחרת של משקולות: . קל לבנות סדרה כזאת, פשוט בכל שלב מוסיפים מספר חצי שלם שעדיין צריך להוסיף, אבל ההסבר של למה סדרה זאת טובה יהיה יותר ארוך.