**3.** בהינתן רשימה סופית של מספרים חיוביים, ניתן ליצור סדרה באופן הבא:  זה הסכום של המספרים הנתונים,  זה סכום ריבועי המספרים,  זה סכום החזקות השלישיות וכך הלאה.

**א.** האם יתכן שעד  הסדרה יורדת () והחל מ- הסדרה עולה ?

**ב.** האם יתכן שעד  הסדרה עולה () והחל מ- הסדרה יורדת ?

תשובה. א. כן. ב. לא.

**פתרון. א.** נשתמש בשני מספרים בלבד. המספר הראשון יהיה , והמספר השני יהיה  כאשר  הוא מספר חיובי.

נגדיר , .

אז ברור ש- יורד ו- עולה ככל ש- עולה. לפי הגדרה . לכן לכל  מתקיים . כלומר  יורד, ולכן מספיק לבחור כזה  ש-

 

כלומר רוצים שיתקיים . נשים לב כי  הוא עולה מונוטונית כאשר  עולה. אם נציב  נקבל ; אם מציב  המספר  יהיה 11-ספרתי, לכן אפשר לקבל גם כל מספר בין 0 ל-1 עבור  כלשהו באמצע. מכיוון ש- ניתן לבחור כזה  כך ש-, ואז גם , מש"ל.

**ב.** נוכיח אי-שוויון פשוט: . אכן  .

מכאן 

לכן . כלומר לא יתכן ש- וגם  כי סכום של שני אי-שוויונים אלה היה מוביל לסתירה.