**5.** על שישה כרטיסים כתובים שישה מספרים חיוביים שונים. שלושה מהכרטיסים כחולים, ושלושה אדומים. ידוע כי קיימים שלושה מספרים קסומים, כך שהמספרים הכתובים בכרטיסים בצבע אחד הינם סכומים של זוגות מהמספרים הקסומים, והמספרים הכתובים בצבע השני הינם מכפלות של זוגות מהמספרים הקסומים – אך לא יודע באיזה צבע הסכומים ובאיזה צבע המכפלות. האם תמיד ניתן לשחזר את המספרים הקסומים מהכרטיסים?

תשובה. כן.

**פתרון.** משום שכל המספרים הרשומים שונים נקבל שהמספרים הקסומים שונים – אחרת היו שני זוגות בעלי אותו סכום, כלומר הסכום היה מופיע פעמיים. בנוסף, כל המספרים הרשומים חיוביים, לכן כל המספרים הקסומים חיוביים – לכולם אותו סימן כי המכפלות שלהם חיוביות, ואם הם היו שליליים הסכומים היו שליליים.

נסמן את המספרים הקסומים ב-כך ש-. נשים לב שבמצב כזה, ו‑. מכאן ניתן לשחזר את המספרים הקסומים במספר דרכים.

**דרך ראשונה.** נכפול את המספר האדום הקטן ביותר במספר הכחול האמצעי, ואת המספר הכחול הקטן ביותר במספר האדום האמצעי, כלומר אנחנו רושמים את המכפלות של המכפלה הקטנה ביותר והסכום האמצעי ושל הסכום הקטן ביותר והמכפלה האמצעית. התוצאות שנקבל יהיו, לאו דווקא בסדר הזה.

נשים לב ש- - כלומר מבין שני המספרים שקיבלנו, המספר הגדול יותר הוא בהכרח זה שמתקבל מהסכום הכי קטן כפול המכפלה האמצעית. לכן נוכל לדעת באיזה מהצבעים רשומים הסכומים ובאיזה מהצבעים המכפלות. אבל אם אנחנו יודעים את הסכומים בזוגות של שלושה מספרים, אנחנו יכולים לשחזר אותם לפני הנוסחה, ולכן נסיים.

**דרך שנייה.** בכל צבע, נסדר את הכרטיסים לפי הסדר. נסכום את המספרים המתאימים (כלומר האדום הכי גדול עם הכחול הכי גדול וכן הלאה), ונוסיף 1. התוצאות שנקבל יהיו (אולי בסדר אחר),,,, כלומר ,,. כלומר אנחנו יודעים את המכפלות בזוגות של שלושה מספרים חיוביים שונים , ולכן אנחנו יכולים לשחזר אותם לפי הנוסחה . כלומר נוכל לשחזר את , ולכן אם נחסיר אחד מכולם נקבל את המספרים הקסומים, וסיימנו.