**1.** עשרה ילדים התיישבו לאכול. כל ילד קיבל צלחת בה יש בדיוק 100 אטריות. הילדים לא היו רעבים, והתחילו לשחק באטריות. בכל מהלך, אחד הילדים מעביר מהצלחת שלו אטרייה אחת לכל אחד מהילדים האחרים. מהו המספר המינימלי של מהלכים שלאחריהם הילדים יכולים להגיע למצב בו לכל ילד כמות שונה של אטריות?

תשובה. 45 מהלכים.

**פתרון.** ניקח שני ילדים, נגיד אבי ובני, ונסתכל על ההפרש בין הכמויות של האטריות שיש להם בצלחת. כל מהלך שעושה ילד אחר שהוא לא אחד מהם מוסיף לשניהם אטרייה אחת, ולכן לא משנה את ההפרש. אם אבי עושה מהלך, הוא מוריד 9 אטריות מהצלחת שלו ולבני נוספת אטרייה אחת, כלומר בסך הכל ההפרש בין כמות האטריות של אבי לכמות האטריות של בני קטן ב-10. באופן סימטרי, אם בני עושה מהלך ההפרש גדל ב-10. לכן בסוף לאבי ובני יש כמות שונה של אטריות רק אם הם עשו כמויות שונות של מהלכים. לכן אם אנחנו רוצים שבסוף לכל ילד תהיה כמות שונה של אטריות, כל ילד חייב לעשות כמות שונה של מהלכים, כלומר לפחות 0+1+2+…+9 = 45 מהלכים. נראה שהם אכן יכולים להגיע למצב כזה ב-45 מהלכים: הילד הראשון לא עושה אף מהלך, הילד השני עושה מהלך אחד, השלישי שני מהלכים וכן הלאה. כל ילד עשה לכל היותר 9 מהלכים, לכן הוא חילק לכל היותר  אטריות, ובהתחלה היו לו 100 אז הוא באמת יכול לבצע את המהלכים האלה. בנוסף ברור שלכל ילד יש כמות שונה של אטריות, כי כל שני ילדים ביצעו כמות שונה של מהלכים.