**5.** יהא  מספר ראשוני שגדול מ-. תומר לקח מספר שמתחלק ב- והכניס מספר ‑ספרתי  בין שתי ספרות סמוכות שלו. התקבל מספר , שגם הוא מתחלק ב-. לאחר מכן תומר הכניס מספר ‑ספרתי  בין שתי ספרות סמוכות של , שהיו במקור ספרות סמוכות של , ושוב התקבל מספר שמתחלק ב-. הוכיחו כי ניתן לקבל את  מ- על ידי שינוי סדר הספרות שלו.

**פתרון.** נניח שהמספר המקורי הוא  והוא מורכב ממספרים  ו- שהודבקו, כאשר המספר  מתווסף בין  ו-. אנו נרשום קו למעלה על מנת לסמן הדבקה של מספרים ולהבדיל מכפל, למשל: היה מספר  ויצרנו מספר . המספר  עצמו הוא הדבקה של שני מספרים , כאשר בין  ל- יוכנס .

נתון כי המספרים , ,  כולם מתחלקים ב-. לכן גם המספר  מתחלק ב-. נחשב אותו: k פעמים



כאשר  זה כמות הספרות במספר , ו- זה כמות הספרות במספרים  ו-.

המספר שקיבלנו מתחלק ב-, אבל  גדול מ-10, לכן  זר ל-10, לכן גם המספר שיתקבל לאחר חלוקה ב- מתחלק ב-, וזה המספר



כאשר  זה כמות הספרות ב-. גם אם נחלק את המספר ב- נקבל עדיין מספר שמתחלק ב-, כלומר המספר . אבל  זה הפרש של שני מספרים -ספרתיים, ונתון ש- גדול מ-. לכן  קטן ממש מ- וגדול ממש מ-. לכן המספר  יכול להתחלק ב- רק אם הוא מתאפס. לכן . כלומר  מתקבל מ- באמצעות שינוי סדר הספרות, מש"ל.