**1.** על פס נייר ארוך רשמו ברצף את כל המספרים מ-1 עד 1000000, כולל, בסדר שרירותי. לאחר מכן גזרו את הפס לחלקים, כך שבכל חלק יש שתי ספרות. הוכיחו שכל מספר דו-ספרתי מופיע על אחד החלקים.

**פתרון.** יהי $\overline{ab}$ מספר דו-ספרתי (*a* היא ספרת העשרות, *b* היא ספרת האחדות(. נתבונן במספר $\overline{ab0ab}$. הוא מופיע במקום מסוים ברשימה המקורית. יש שתי דרכים לחתוך אותו:

$\overline{ ab \left| 0a \right| b}$ או $\overline{a \left| b0 \right| ab}$

בשני המקרים מתקבלת פיסת נייר עם המספר $\overline{ab}$.