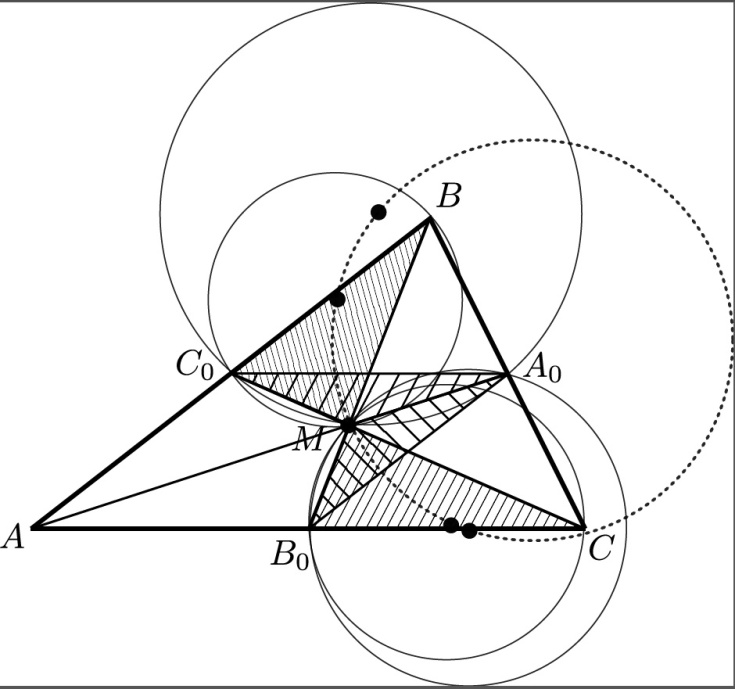
**5.** במשולש ABC התיכונים AA0, BB0 ו-CC0 נפגשים בנקודה M. הוכיחו כי מרכזי המעגלים החוסמים את המשולשים MA0B0, MCB0, MA0C0, MBC0 והנקודה M נמצאים על מעגל אחד.

**פתרון.** נבצע הומותטיה פי 2 עם מרכז ב-M, ונסמן את הנקודות אליהן עוברים מרכזי המעגלים החוסמים של MA0B0 , MCB0, MA0C0 , MBC0 ב-D, E, F, G בהתאמה, אשר נמצאות על המעגלים החוסמים המתאימים. די להוכיח כי חמש הנקודות MDEFG נמצאות על מעגל אחד. אנו נראה כי המרובע MDEF חסום במעגל, וניווכח כי משיקולים זהים (אחרי החלפה בין B ל-C) ינבע שגם MDFG חסום במעגל, כלומר כל חמש הנקודות נמצאות על המעגל החוסם של MDF, כפי שרצינו.

תהא X אחת מהנקודות . נסמן ב- את האנך ל- העובר דרך X (למשל, יסמן את האנך ל- העובר דרך ).

נשים לב, שעל פי הגדרתן, הנקודות D, E, F, G נמצאות על החיתוכים

, , , , .

בהתאמה. נזכיר כי זווית מכוונת זו זווית בה צריך לסובב את הישר נגד כיוון השעון על מנת שיהיה מקביל לישר . זוויות מכוונות מוגדרות עד כדי תוספת של כפולה של . חישוב בזוויוצ מכוונות הרבה פעמים חוסך בדיקת מקרים, למשל כאשר בודקים האם 4 נקודות נמצאות על מעגל אחד. כעת נחשב זוויות מכוונות.

..

על מנת להוכיח ש-MEDF חסום במעגל, די להוכיח שזווית זו שווה ל- . זה שקול לכך ש-. נזכר שהמרובעים EMB0C, FMA0C0 חסומים במעגל, ולכן זה שקול ל- . אולם הזהות האחרונה ברורה לגמרי, שכן (קטע אמצעים במשולש ABC), וכן שכן שני הישרים מאונכים ל-, וזוויות מכוונות בין זוגות ישרים מקבילים שוות.