**4.** הרכיבו ריבוע 9×9 מגפרורים. על כל צלע של כל משבצת (כולל הפנימיות), מונח גפרור בודד. עופר וטל מסירים גפרורים מהלוח בתורות – גפרור אחד בכל תור. עופר משחק ראשון. המשחק מסתיים כאשר לא נשאר אף ריבוע 1×1 המורכב מגפרורים, והשחקן ששיחק אחרון מנצח. למי מהשחקנים יש אסטרטגיה שתאפשר לו לנצח ללא תלות במהלכי היריב?

תשובה: טל מנצח.

פתרון: נשים לב לכמה תכונות של המשחק:

1) אם נשארים 2 ריבועי 11× שאינם חולקים צלע, אז טל מנצח, לא משנה באיזה תור הם נוצרו. זאת משום שמספר הגפרורים הכולל הוא זוגי, ומספר הגפרורים המרכיבים את שני הריבועים זוגי גם הוא. טל יכול תמיד להימנע מלפרק את הריבועים, אולם עופר יאלץ לפרק את אחד מהם בסופו של דבר, ואז טל יפרק את השני וינצח.

2) בכל מהלך, שחקן יכול לפרק לכל היותר 2 ריבועי 11×. זאת משום שכל גפרור שהוא לוקח, משותף לכל היותר לשני ריבועים. מכאן נובע בפרט, ששחקן שבתורו נותרו 3 ריבועים, לא יכול לנצח בתור זה.

3) שחקן תמיד יכול לפרק ריבוע 11× בודד, כי לא יתכן שכל הצלעות של כל הריבועים משותפות לריבועים אחרים.

משלוש התכונות הללו, נובעת האסטרטגיה המנצחת של טל. אם כשמגיע תורו יש 4 ריבועים לפחות, הוא דואג שבתורו של עופר יהיו 3 ריבועים לפחות (זה אפשרי לפי תכונה 3; מתכונה 2, עופר לא ינצח בתורו). אחרת, יש כמה אופציות:

1) יש ריבוע 11× בודד בתורו. במקרה זה, הוא יפרק אותו וינצח.

2) יש 2 ריבועי 11× בעלי צלע משתופת. במקרה זה, הוא ייקח את הצלע המשותפת, יפרק את שניהם וינצח.

3) יש 2 ריבועי 11× שאינם בעלי צלע משותפת. במקרה זה, לפי תכונה 1, הוא ינצח.

4) יש 3 ריבועי 11×. בהכרח, יש 2 מהם שאינם בעלי צלע משותפת. הוא יפרק את השלישי (בלבד), ויותיר מצב בו יש 2 ריבועי 11× שאינם בעלי צלע משותפת. לפי תכונה 1, במצב כזה הוא ינצח.

עברנו על כל האפשרויות לסוף המשחק, ולכן טל תמיד מנצח.