**3.** נתון פולינום לא קבוע שכל מקדמיו הם שלמים בעלי ערך מוחלט שלא עולה על 2015. הוכיחו כי כל השורשים החיוביים של הפולינום גדולים מ-.

פתרון. נכתוב את הפולינום בצורת $p\left(x\right)=q\left(x\right)⋅x^{k}$, כאשר $q\left(x\right) =a\_{n}x^{n}+ ...+a\_{0}$ הוא פולינום עם מקדם חופשי שאינו אפס. אז המקדמים של *q*(*x*) הם מספרים שלמים עם ערך מוחלט קטן או שווה ל-2015. אנו רוצים להראות כי כל שורש חיובי של *q*(*x*) הוא גדול מ- $\frac{1}{2016}$.

אכן, אם $0<x\leq \frac{1}{2016}$ הוא שורש של *q*(*x*) , אז

$a\_{n}x^{n}+ ...+a\_{1}x=-a\_{0}$.

ולכן

$\left|a\_{n}x^{n}+ …+a\_{1}x\right|=\left|a\_{0}\right|\geq 1$..

אבל מצד שני,

.$|a\_{n}x^{n}+ …+a\_{1 }x|\leq |a\_{n}x^{n}|+ …+|a\_{1 }x|\leq $

$\leq 2015 \left(|x|^{n}+ |x|^{n-1}+…+|x|\right)<\frac{2015}{2016}∙\frac{1}{1-\frac{1}{2016}} = 1$. ..