**1.** נתונה סדרה הנדסית של 37 מספרים טבעיים. המספר הראשון והמספר האחרון זרים זה לזה. הוכיחו כי האיבר ה-19 בסדרה שווה למספר טבעי בחזקת 18.

**פתרון.** נתבונן במנה של הסדרה ההנדסית. המנה הזו היא רציונלית, כלומר, ניתן להציג אותה כמנה *a*/*b* של מספרים שלמים חיוביים זרים. נסמן ב-*x* את האיבר הראשון בסדרה. האיבר האחרון בסדרה הוא $xa^{36}/b^{36}$. התנאי שהאיברים הראשון והאחרון בסדרה זרים אומר ש- $x=b^{36}$. האיבר ה-19 הוא האיבר האמצעי בסדרה ההנדסית, לכן הוא ממוצע הנדסי של האיבר הראשון והאחרון – כלומר, $a^{18}b^{18}$, כנדרש.